Algèbre – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : A.Minguez & M. Carpentier
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés

- Groupes, anneaux, corps. Exemples tirés de l'arithmétique et de la géométrie. Homomorphismes et passage au quotient. Groupe symétrique. Structure des groupes abéliens finis. Action d'un groupe sur un ensemble. Théorèmes de Sylow. Produits semidirects.

Algèbre appliquée – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Pierre-Vincent Koseleff
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés

- Algorithme d'Euclide et applications : Rappels sur l'algorithme d'Euclide étendu. Algorithme de Berlekamp-Massey. Recherche de récurrences linéaires.
- Calcul matriciel : Échelonnement des matrices à coefficients dans un corps ou un anneau euclidien. Forme d'Hermite. Sous-groupes de Zn.
- Transformation de Fourier discrète : Quotient des anneaux de polynômes A[X]/(P). Racines de l'unité, transformée de Fourier discrète, transformée de Fourier rapide. Multiplication rapide.
- Codes correcteurs : Problématique des codes correcteurs. Codes correcteurs linéaires. Codes cycliques. Codes BCH.
- Méthode de Hensel et applications : Racines des polynômes dans les corps finis. Factorisation des polynômes dans Fp[X] : algorithme de Berlekamp. Remontée de Hensel. Recherche des racines entières d'un polynôme. Factorisation des polynômes dans Z[X].
- Analyse de complexité Nombre d'opérations dans le corps ou l'anneau de base (complexité arithmétique), nombre d'opérations machine (cas simples), taille (espace mémoire) des objets calculés.

Algèbre 2 – Licence 3e année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 3 h Travaux Dirigés

1. Algèbres, éléments algébriques. Extensions de corps.
2. Corps de rupture et de décomposition. Corps finis.
3. Polynôme minimal. Triangulation.
4. Le groupe GL(E) et ses sous-groupes classiques. Factorisations classiques.
5. Isométries affines (corps des réels).
6. Dualité en dimension finie.
7. Espaces hermitiens, groupe unitaire.

Algèbre linéaire 2, espaces vectoriels euclidiens, isométries affines – Licence 2e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Zindine Djadli
36 heures de Cours + 57,5 heures de Travaux Dirigés

- Rappels : espaces vectoriels et applications linéaires.
- Dual, opérations sur les colonnes ou les lignes, déterminants, valeurs et vecteurs propres.
- Rappels sur les endomorphismes diagonalisables, la trigonalisation, Cayley-Hamilton.
- Espaces caractéristiques
- Décomposition de Jordan, exponentielles de matrices, espaces quotients.

- Formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques.
- Espaces euclidiens et groupes orthogonaux.
- Formes hermitiennes, espaces hilbertiens et groupes unitaires.
- Espaces affines euclidiens.

Analyse complexe – Licence 3^{e} année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignants : Pascal Cherrier & Vincent Minerbe
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés
- Introduction aux fonctions dérivables d'une variable complexe
- Séries entières et fonctions analytiques complexes
- Formule intégrale de Cauchy et conséquences (principe du maximum...)
- Singularités des fonctions holomorphes, calcul des résidus
- Théorème de l'application conforme

Analyse de Hilbert et de Fourier – Licence 3^{e} année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
3 h Cours magistral + 4,5 h Travaux Dirigés
Maîtrise des espaces L p et de Hilbert. Analyse de Fourier discrète et continue.
A/ Rappels sur les espaces de fonctions
1. Convergence uniforme.
2. Uniforme continuité.
3. Théorème de Stone-Weierstrass, théorème de prolongement des applications uniformément continues

B/ Espaces L p
1. Définition, norme p.
2. Complétude.
3. Parties denses.
4. Convolution.

C/ Espaces de Hilbert
1. Espaces préhilbertiens ; espaces de Hilbert.
2. Projection sur un convexe fermé ; systèmes orthogonaux et bases hilbertiennes ; inégalité de Bessel et égalité de Parseval.
3. Application aux séries de Fourier et exemples de résolution d’EDP par séries de Fourier.

D/ Transformée de Fourier L 1 et L 2

Analyse fonctionnelle – Licence 3^{e} année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : D. Cordero-Erausquin
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés
- Inégalités (Jensen, Hölder, Minkowski), Espaces de Banach, espaces de Hilbert, espaces Lp, complétude, dualité, théorème de Radon-Nikodym, densité, convolution, transformation de Fourier

Courbes et surfaces – Licence 3^{e} année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : P. Le Calvez
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés

- Le cours est une introduction à la géométrie différentielle. Il prolonge le cours de L2 qui initie les étudiants au tracé et à l'étude des courbes avec les définitions des invariants intrinsèques (courbure, torsion, repère mobile). Il introduit ensuite les surfaces, surfaces orientées, avec les notions de cartes, de première et seconde forme fondamentale. On démontre le théorème de Gauss (theorema Eggregium) sur la courbure totale. On définit les champs de vecteurs et les formes différentielles sur une surface.

Équations différentielles : éléments d'analyse et approximation numérique – Licence 2e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignante : Valeria Banica
36 heures de cours magistraux + 38,5 heures de travaux dirigés + 18 heures de travaux pratiques machines

- Introduction et motivation (Définition et premiers exemples, Exemples de bilans entre t et t + dt, Difficultés et enjeux, Quelques notions sur les courbes paramétrées, Lien avec les équations différentielles),
- Systèmes d'équations différentielles linéaires (Rappels sur les équations différentielles linéaires d'ordre un, Première introduction aux schémas d'Euler, Équations différentielles linéaires d'ordre 2, Systèmes d'ordre un à coefficients constants, Calculs d'exponentielle de matrice, Lien entre les deux méthodes, Portraits de phase dans le cas linéaire, Analyse numérique),
- Théorie générale pour les équations différentielles (Théorème de Cauchy-Lipschitz : énoncé et conséquences, Quelques résultats plus avancés, Exemples, Recollements, Équations à variables séparées, Analyse numérique).

Equations Différentielles – Licence 3e année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 3 h Travaux Dirigés

1. Equations linéaires
   — Systèmes linéaires, résolvantes.
   — Formule de Duhamel.
   — Résolution explicite dans le cas des coefficients constants.
2. Equations non-linéaires
   — Théorème de Cauchy-Lipschitz, solutions locales et maximales, théorème de sortie des compacts. Fonctions de Lyapunov, intégrales premières.
   — Flot d'un système différentiel : domaine et régularité. Application aux systèmes à paramètre.
   — Systèmes autonomes, champs de vecteurs. Stabilité des points stationnaires au sens de Lyapunov. Remarque : Les méthodes de résolution explicite d'EDO seront abordées en TD.

Espaces vectoriels euclidiens et hermitiens, isométries affines – Licence 2e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Adnene Ben Abdesselem
24 heures de cours magistraux + 38,5 heures de travaux dirigés (TD)

- Formes bilinéaires et quadratiques : étude et classification.
- Espaces vectoriels euclidiens : notion de produit scalaire, norme, sous-espace orthogonal, inégalité de Cauchy Schwarz, procédé de Gram-Schmidt, théorème de Sylvester dans le cas réel (diagonalisation des endomorphismes auto-adjoints).
- Isométries vectorielles : classification en dimension 2 et 3.
- Espaces affines euclidiens et étude des isométries affines : classification en dimension 2 et 3. Formes hermitiennes et théorème de Sylvester.

Fonctions holomorphes – Licence 3^{e} année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 3 h Travaux Dirigés
Fonctions holomorphes, équations de Cauchy-Riemann ; Rappels sur les séries entières, fonctions analytiques ; principe des zéros isolés ; fonction exponentielle, fonction Logarithme ; Intégrale le long d'un chemin ; primitive locale d'une fonction holomorphe ; formule de Cauchy pour un cercle ; analycité d'une fonction holomorphe ; Formule de la moyenne, principe du maximum, théorème de Liouville ; démonstration du théorème de d'Alembert-Gauss. Invariance de l'intégrale d'une fonction holomorphe par homotopie de lacets (éventuellement admis) ; Indice d'un point par rapport à un lacet ; formule de Cauchy ; Fonction méromorphe, pôle ; théorème des résidus ; applications (dont le théorème de Rouché).

Géométrie affine et euclidienne – Licence 3^{e} année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 3 h Travaux Dirigés

1. Géométrie affine
   — Espace affine, sous-espace affine, parallélisme ; application affine, translation, homothétie, projection, théorème de Thalès.
   — Barycentres, repères affines.
2. Géométrie euclidienne
   — espace affine euclidien, distance et orthogonalité, théorème de Pythagore, projection et symétrie orthogonale.
   — Isométrie affine, déplacement, classification des isométries en dimensions 2 et 3.
   — Angle de vecteurs dans le plan, mesure des angles, bissectrices. Angle de droites dans le plan, bissectrices. Théorème de l'angle au centre, condition de cocyclicité.
   — Similitude plane.
   — Coniques affines et euclidiennes : foyer, exentricité, recherche des axes et du centre.
   — Polarité par rapport à une conique non dégénérée.

Introduction aux équations différentielles – Licence 2^{e} année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Cédric BOUTILLIER
12h de Cours + 19h de Travaux Dirigés (TD)

- Equations différentielles scalaires linéaires du 1er ordre. Méthode de la variation de la constante.
- Equations différentielles du 1er ordre à variables séparables
- Exponentielles de matrices et application à la résolution des équations différentielles vectorielles linéaires du 1er ordre.
- Résolution des équations différentielles scalaires linéaires d'ordre n à coefficients constants
- Deux exemples de systèmes non linéaires : le pendule simple et un système proie/prédateur. Notion de quantité conservée, portrait de phase.
- Théorème de Cauchy-Lipschitz

Mathématiques Discrètes – Licence 2^{e} année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
1. Rappels : notations, ensembles, fonctions, relations

- Notations sur les ensembles et opérations.

- Notations et propriétés de base des fonctions de X dans Y . Injection, surjection, bijection. Cardinalité dans le cas fini : union, intersection, complémentaire, ensemble des parties, produit cartésien. Composition des fonctions.
- Relations, matrice d'une relation binaire sur un ensemble, graphe orienté. Opérations de base sur les relations. Propriétés : réflexivité, transitivité, symétrie, anti-symétrie. Relations "typiques" : relations d'équivalence, ordre.

2. Méthodes simples de dénombrement

- Méthodes inductives : nombre de fonctions injectives de X dans Y , nombre de fonctions bijectives de X dans X, nombre de sous-ensembles de X, nombre de relations.
- Rappel sur les coefficients binomiaux, formule du binôme, coefficients multinomiaux, formule du multinôme, applications.
- Principe d'inclusion-exclusion et applications (permutations sans point fixe, nombre de surjections).

3. Théorie des graphes

- Définitions de base pour les graphes : isomorphisme et homomorphisme ; sous-graphes et sous-graphes induits ; chemins, cycles, connexité, distance ; représentation matricielle.
- Propriétés des degrés des sommets ; score d'un graphe, graphes eulériens, graphes hamiltoniens.
- Graphes bipartis, couplages, théorème de Hall.
- Arbres : définition et caractérisations ; arbres de recouvrement d'un graphe ; arbre de recouvrement minimal (algorithme de Kruskal) ; graphes dirigés, matrice d'incidence, théorème de Kirchhoff pour le comptage des arbres de recouvrement.
- Propriétés de l'algorithme glouton ; matroïdes et notion d'indépendance ; exemples basés sur un espace vectoriel ; notion de base, de rang, de famille génératrice, de circuit.
- Retour sur la connexité, k-connexité ; opérations sur les graphes ; graphes planaires (caractérisation de Kuratowski, formule d'Euler), mineur d'un graphe.
- Problèmes de coloriage de graphe : théorème des 4 couleurs.

4. Méthodes de dénombrement avancées

- Fonctions génératrices : introduction, nombres de Fibonacci, nombre d'arbres binaires à n sommets, partition d'entiers.

Méthodes Numériques – Licence 3^{e} année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 3 h Travaux Dirigés
Maîtrise des méthodes numériques courantes : intégration et approximation de fonctions, résolution d'équations et d'équations différentielles. Notions d'optimisation.

A/ Résolution approchée d'équations non linéaires

1. Théorème du point fixe, méthodes de dichotomie, de la corde, de la sécante, de la fausse position. 2. Méthode de Newton. 3. Fonctions de R n → R n

B/ Approximation polynomiale et interpolation

1. Interpolation de Lagrange et d'Hermite. Formule d'erreur. Convergence du polynôme d'interpolation de Lagrange quand n → +∞. Méthode des différences divisées.

2. Théorème de densité, polynômes de Bernstein, Théorème de Jackson, polynôme de meilleure approximation.

3. Approximation au sens des moindres carré. Polynômes orthogonaux.

C/ Intégration approchée

1. Méthodes d'intégration numériques composées et convergence de ces méthodes.

2. Méthodes de Gauss et formules d'erreur.

D/ Optimisation

1. Projection sur un convexe et théorèmes de séparation.
2. Conditions d'optimalité sur un ouvert, sur un convexe et sur un ensemble défini par un nombre fini de contraintes.
3. Classification des contraintes.
4. Théorème de Kuhn et Tucker.

E/ Résolution numérique des EDO Méthodes à un pas, méthode d'Euler.

Méthodes numériques pour les équations différentielles – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : M. Postel
24h de cours + 26h15 de travaux dirigés + 12h15 de travaux pratiques
Le cours comporte deux grandes parties, une partie sur la théorie des équations différentielles ordinaires, et une partie sur la théorie des méthodes d'approximation numériques pour ces problèmes.

- Partie 1 : motivation par divers modèles ; rappels de méthodes élémentaires (en dimension un, séparation des variables, variation de la constante) ; équations linéaires à coefficients constants : exponentielle de matrices, formule de Duhamel ; existence et unicité pour le problème de Cauchy linéaire général ; existence et unicité en général : théorèmes de Cauchy-Lipschitz global et local ; fonctions de Liapounov pour l'existence globale, systèmes hamiltoniens.
- Partie 2 : principes généraux de construction de schémas numériques ; schémas explicites à un pas : stabilité, consistance, convergence, ordre et estimation d'erreur ; schémas implicites ; exemples de grandes familles de schémas : schémas de type Taylor, méthodes d'Adams, méthodes de Runge-Kutta. TP : initiation au logiciel de calcul scientifique scilab ; rédaction d'un projet utilisant scilab qui est évalué au cours d'une soutenance.

Optimisation linéaire et convexité – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Y. Privat
24h de cours + 26h15 de travaux dirigés + 12h15 de travaux pratiques

- Chapitre 1 : Un problème d'optimisation linéaire en dimension 2
- Chapitre 2 : Un problème d'optimisation linéaire en dimension supérieure
- Chapitre 3 : Méthode du simplexe : un aperçu par l'exemple
- Chapitre 4 : Formes générale, canonique et standard d'un problème d'optimisation linéaire
- Chapitre 5 : Solution de base d'un problème sous forme standard
- Chapitre 6 : Pivot à partir d'une solution de base réalisable : critère de Dantzig
- Chapitre 7 : Non cyclicité sous le critère de Bland
- Chapitre 8 : Détermination d'une première solution de base réalisable
- Chapitre 9 : Description algorithmique de la méthode du simplexe
- Chapitre 10 : Dualité en programmation linéaire Chapitre 11 : Rappels de géométrie affine Chapitre 12 : Ensembles convexes, polytopes et polyèdres

Probabilités – Licence 2e année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h CM + 3 h TD
1. Espace de probabilités

- espace de probabilités (Ω, F, P),
- premières propriétés de P,
- exemples issus de la combinatoire (description de Ω fini, muni de la tribu des parties de Ω et de la probabilité uniforme).

- lien entre fonctions indicatrices d'ensembles et opérations sur les ensembles,
- indépendance d'événements (deux événements, famille finie et infinie),
- conditionnement par un événement, formule de Bayes.

2. Variables aléatoires

- définition des variables aléatoires discrètes et réelles,
- loi des variables discrètes ($P(X = i) = ...$), loi des variables réelles à densité ($P(X \leq t) = ...$), fonction de répartition,
- lois usuelles,
- espérance, variance,
- calcul de la probabilité de $\{X \in A\}$ dans le cas discret et dans le cas à densité, manipulation des sommes et des intégrales.

3. Manipulation des variables aléatoires

- inégalités de Markov et Tchebichev,
- Calcul de la loi de $Y = f(X)$ dans le cas X et Y discrets, X à densité et Y discret, X et Y à densité via la fonction de répartition ; rappel de la formule de changement d'une variable réelle.

4. Cadre discret

- fonction génératrice d'une variables entière, lien avec les moments, caractérisation de la loi,
- loi jointe de variables discrètes, lois marginales, loi d'une fonction de deux variables,
- indépendance de variables discrètes (2 variables, famille de variables),
- fonction génératrice d'un couple de variables discrètes (règles de sommation de réels positifs admises), caractérisation de l'indépendance par les fonctions génératrices,

5. Familles de variables aléatoires

- loi jointe, densité d'un couple de variables réelles (analogie avec le cas discret),
- indépendance de variables réelles (2 variables, famille de variables),
- loi du maximum et du minimum d'une famille finie de variables réelles indépendantes,
- loi faible des grands nombres.

Probabilités et statistiques – Licence 2^{e} année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : François Bolley
24 heures de cours magistraux (CM) ¬ 36 heures de travaux dirigés (TD)

- Rappels de théorie des ensembles
- Notion d'espace probabilis d'événement, de mesure de probabilité
- Probabilités sur un ensemble fini
- Evénements indépendants, probabilités conditionnelles – Variables aléatoires réelles, à valeurs entières ou à densité
- Loi, espérance, variance d'une variable aléatoire
- Variables aléatoires indépendantes
- Inégalité de Markov et de Bienaymé-Tchebichef
- Lois des grands nombres, théorème limite central
- Introduction la statistique : estimateurs, intervalles de confiance, sondage, tests

Probabilités – Licence 3^{e} année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : M. Thieullen
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés

- Outils fondamentaux de la théorie des Probabilités, loi de variables aléatoires, variables vectorielles, indépendance, différentes notions de convergence de suites de variables aléatoires, Loi des grands nombres, Théorème central limite.

Probabilités – Licence 3e année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 3 h Travaux Dirigés
1. Variable aléatoire
   — Définition d'un espace de probabilité, d'une variable aléatoire (à valeurs dans un espace général), de la loi d'une variable aléatoire à l'aide des notions vues en intégration (mesure image, etc...),
   — caractérisation de la loi d'une variable X par E(f(X)) pour f dans une classe de fonction assez générale, fonction caractéristique, transformée de Laplace.
2. Famille de variables aléatoires
   — loi jointe, lois marginales,
   — indépendance d'une famille de variables, caractérisations de l'indépendance (par E(f(X)g(Y)) = E(f(X))E(g(Y)) pour f, g assez généraux, par les fonctions caractéristiques),
   — définition de la densité conditionnelle fY |X = f(X,Y) fX .
3. Cadre gaussien
   — définition d'un vecteur gaussien, densité quand elle existe,
   — caractérisation de l'indépendance par la covariance,
   — étude de la densité conditionnelle fY |X quand (X, Y) est gaussien.
4. Convergence
   — définition et caractérisation de la convergence en loi (via les fonctions de répartition, les fonctions caractéristiques, les fonctions tests continues bornées), de la convergence dans L p , implication,
   — loi faible des grands nombres
   — théorème central limite vectoriel,
   — quelques exemples de convergence vers d'autres lois (uniforme discrète vers continue, binomiale vers Poisson).
5. Chaînes de Markov à espace d'état fini
   — définition d'une telle chaîne de Markov, noyau de transition,
   — irréductibilité, periodicité,
   — mesure invariante,
   — théorème ergodique.

Processus et simulations – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignante : Irina Kourkova
24h de cours + 26h15 de travaux dirigés + 12h15 de travaux pratiques

- Simulation de lois de probabilités. Méthodes générales de simulation de lois discrètes et absolument continues par rapport à la mesure de Lebesgue, de lois conditionnelles, méthodes de rejet, méthodes particulières pour simulation de lois de Bernoulli, Binomiale, Géométrique, de Poisson, Gaussienne, uniforme sur un domaine compacte de Rd.
- Initiation aux statistiques: intervalles de confiances et tests. Intervalles de confiance pour les paramètres de lois Gaussiennes, lois de Student et de Khi-2, intervalles de confiances asymptotiques à partir du Théorème de la Limite Centrale et l'inégalité de BienayméTchebychev. Test de Khi-2.

- Méthode de Monté Carlo pour le calcul approché d'une intégrale.
- Chaines de Markov finies et leurs simulations. Propriété de Markov et de Markov forte, classes d'états, récurrence, transience, mesure invariante, convergence vers la mesure invariante, théorèmes ergodiques. Applications en biologie et en informatique, pour le moteur de recherche Google.

Séries – Licence 2e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Laurent Boudin
12h de Cours + 18h de Travaux Dirigés
- Séries numériques, séries à termes positifs, théorèmes de comparaison
- Séries de fonctions, convergence normale
- Séries de Fourier, coefficients de Fourier, résultats de convergence (admis)

Séries de fonctions et intégrales – Licence 2e année
Sorbonne Université – Campus Pierre et Marie Curie
Guillaume Maurin
36 heures de cours + 54h de travaux dirigés
- Suites et séries de fonctions.
- Séries de Fourier.
- Séries entières.
- Intégrales à paramètres.

Séries entières, intégrales à un paramètre et applications aux équations différentielles – Licence 2e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignants : Joao Pedro Dos Santos & Patrick Polo
24 heures de cours magistraux + 38 heures de travaux dirigés (TD)
- Convergence uniforme des séries de fonctions : Le critère de convergence normale et les critères dans le style d'Abel-Dirichlet.
- Convergence uniforme des intégrales à paramètres : Le critère de convergence normale et les critères dans le style d'Abel-Dirichlet.
- Les propriétés des membres d'une famille (discrète ou continue) de fonctions qui sont préservées en faisant la somme/l'intégrale.
- Application aux calculs d'intégrales.
- Les séries entières et le rayon de convergence. Application des séries entières à la résolution d'équations différentielles.
- Les coefficients d'Euler-Fourier d'une fonction. Le critère de Dini pour la convergence de la série de Fourier. Égalités numériques déduites de la convergence de la série de Fourier.
- Applications des séries de Fourier à la résolution d'équations aux dérivées partielles.

Simulation numérique – Licence 2e année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
2 h Cours magistral + 2 h Travaux Dirigés + 1 h Travaux Pratiques
La simulation numérique sur ordinateur occupe une place de plus en plus importante sans que le public en soit toujours conscient. De l'ingénierie à l'économie en passant par l'industrie des jeux vidéo, de nombreux domaines d'activité utilisent intensivement la simulation et le calcul. Le cours se propose d'explorer, aux travers d'exemples simples issus des programmes de L1/L2 de mathématiques, la

démarche à mettre en œuvre pour calculer de façon fiable et efficace les solutions de divers problèmes. On étudiera les sujets suivants, avec toujours en tête le souci de l'implémentation numérique concrètement abordée en TP sous Scilab :

— recherche de zéros d'une fonction,
— interpolation,
— intégration numérique
— résolution approchée d'équations différentielles.

Statistique – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignants : D. Pierre-Loti-Viaud,
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés

- Éléments de statistique descriptive ; modèles de régression linéaire et méthode des moindres carrés ; principales lois de probabilité discrètes et continues ; vecteurs gaussiens ; outils probabilistes pour la statistique ; modèles statistiques et estimation par les méthodes des moments et du maximum de vraisemblance ; information de Fisher et efficacité asymptotique ; introduction aux tests statistiques. Prérequis Des notions bien assimilées d'analyse (séries et intégration) et d'algèbre linéaire (calcul matriciel, projecteur orthogonal, diagonalisation des matrices symétriques), il est obligatoire d'avoir déjà suivi un cours de calcul des probabilités.

Statistique numérique – Licence 3e année
Sorbonne Université – Campus Pierre et Marie Curie
F. Guilloux & T. Rebafka
24h de cours + 38h30 de travaux pratiques
Introduction aux statistiques et à l'analyse de données, sans faire intervenir la théorie des probabilités :
- Statistiques descriptives pour 1, 2 ou de multiples variables, représentations graphiques, analyse en composantes principales.
- Introduction à la classification des données et à la prise en compte de leur structure temporelle.

Toutes les notions et méthodes rencontrées seront appliquées à de vrais jeux de données.

Systèmes dynamiques – Licence 3e année
SORBONNE UNIVERSITE – CAMPUS PIERRE ET MARIE CURIE
Enseignant : Marco Mazzola
24h de cours + 38h30 de travaux dirigés

- Introduction et motivations, concepts généraux
- Comportement asymptotique, équilibre et stabilité
- Systèmes dynamiques à temps discret
- Systèmes dynamiques linéaires à temps continu
- Système dynamique associé à une équation différentielle vectorielle
- Applications

Théorie des ensembles – Licence 3e année
UNIVERSITE PARIS DIDEROT
3 h Cours magistral et Travaux Dirigés
Fondements ensemblistes des mathématiques. Introduction à la méthode axiomatique par la théorie des ensembles.
A/ Ordres partiels

1. Relation d'ordre, relation d'ordre totale. Relation opposée. Ordre induit sur une partie. Exemple de (PX, ⊂).
2. Majorant, plus grand élément, borne supérieure, et dualement. Treillis, treillis complets. Exemples de sous-ordres issus des mathématiques : sous-groupes d'un groupe, ouverts d'un espace topologique.
3. Applications croissantes, isomorphisme d'ordres partiels. Exemple : isomorphisme d'ordres entre relations d'équivalences sur X et partitions de X.

B/ Théorie des ensembles de Zermelo

1. Présentation d'une théorie des ensembles comme un graphe pour la relation d'appartenance. Paradoxe de Russel.
2. Cinq axiomes de la théorie naïve des ensembles : axiome d'extensionalité, axiome de compréhension, axiome de l'union, axiome de la paire, axiome de l'ensemble des parties.
3. Propriétés de croissance des opérations ensemblistes.
4. Définitions dérivées : intersections, couples ordonnés. Existence de l'ensemble produit A×B défini comme ensemble qui contient tous les couples ordonnés (a, b) avec a ∈ A et b ∈ B.
5. Relations binaires, fonctions, famille d'ensembles. Injections, surjections, bijections. Exemples de constructions de fonctions par restriction, prolongement, passage au quotient par rapport à une relation d'équivalence. Existence de l'ensemble des fonctions de A dans B.

C/ Axiome de l'infini et construction de l'ensemble des entiers naturels

1. Successeur d'un ensemble. Ensemble auto-successeur. Axiome de l'infini. Construction de l'ensemble des entiers naturels.
2. Système de Peano.
3. Ordre sur les entiers.
4. Définition de fonctions par récurrence.
5. Définition et propriétés de l'addition et de la multiplication. Relation avec l'ordre sur les entiers.
6. Ensembles finis comme ensembles en bijection avec un entier naturel. Cardinalité des ensembles finis.

D/ Cardinalité et axiome du choix

1. Équipotence. Bijections naturelles usuelles du type F(A × B, C) → F A, F(B, C) .
2. Ensembles de même cardinal, ensemble de cardinal plus petit qu'un autre. Théorème de Cantor-Bernstein ($|A| \leq |B| \wedge |B| \leq |A| \Rightarrow |A| = |B|$). Théorème de Cantor (pas d'injection de PX dans X). Exemples d'équipotences. |N| 6= |R|.
3. Axiome du choix introduit à cause de l'impossibilité à traduire des propriétés intuitives des ensembles infinis. Fonctions de choix. Tout ensemble infini contient un ensemble dénombrable.
4. Lemme de Zorn, applications classiques en mathématiques (existence de bases, existence d'un idéal maximal).
5. Applications du lemme de Zorn en théorie des ensembles : cardinalité de l'union d'ensembles infinis, théorie des ensembles bien ordonnés.

E/ Constructions des ensembles usuels

1. Construction de Z, Q et R. Propriété de la borne supérieure.
2. Introduction aux structures algébriques ordonnées. Caractérisation de R comme corps archimédien